

## Programma dettagliato del corso di ANALISI MATEMATICA - MODULO 2

Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche (CESENA)- A.A. 2018-19

Docente: Eleonora Cinti

**Elementi di algebra lineare:** vettori di  $\mathbb{R}^2$  e  $\mathbb{R}^3$ . Vettori in coordinate, modulo di un vettore. Operazioni sui vettori (somma, moltiplicazione per scalare) e loro proprietà. Vettori linearmente dipendenti/indipendenti. Prodotto scalare di vettori: proprietà e significato geometrico. Spazi vettoriali, basi, basi ortonormali. Rette nello spazio. Equazione parametrica e cartesiana. Condizione di ortogonalità e parallelismo tra rette. Piani nello spazio. Equazione cartesiana. Condizione di ortogonalità e parallelismo tra piani.

**Funzioni di due variabili reali:** breve introduzione, grafico di una funzione ed insiemi di livello. Esempi di funzioni di due variabili reali a simmetria radiale (paraboloide, cono, gaussiana,  $\sin(x^2 + y^2)$ ). Loro grafici ed insiemi di livello. Esercizi per determinare il dominio di una funzione di due variabili reali e rappresentarlo sul piano cartesiano. Definizione di intorno di un punto di  $\mathbb{R}^n$ , definizione di insieme aperto e chiuso in  $\mathbb{R}^n$ .

**Calcolo infinitesimale e differenziale in  $\mathbb{R}^2$ :** Definizione di limite per funzioni di due variabili. Definizione di funzione continua (per funzioni di due variabili). Teorema di Weierstrass.

Definizione di derivata parziale. Derivabilità non implica continuità.

Definizione di differenziabilità e piano tangente al grafico di una funzione in un punto. Relazioni varie tra le nozioni di differenziabilità, continuità e derivabilità. Teorema del differenziale totale.

Definizione di derivata direzionale. Significato geometrico del gradiente. Il gradiente è ortogonale alle linee di livello. Teorema per il calcolo della derivate direzionali come prodotto scalare tra il gradiente e il vettore (con dimostrazione). Teorema per il calcolo del gradiente di somme, prodotti, rapporti e composizione di funzioni.

Derivate di ordine 2, Teorema di Schwarz, Formula di Taylor al 2nd ordine con resto di Peano (con dimostrazione). Differenziale secondo.

**Elementi su matrici e forme quadratiche:** definizione di matrice, operazioni tra matrici (somma, moltiplicazione per uno scalare, prodotto tra matrici). Determinante di una matrice  $2 \times 2$ .

Forme quadratiche in  $\mathbb{R}^2$ . Matrice associata ad una forma quadratica. Forme quadratiche simmetriche. Forme quadratiche definite positive/negative, semidefinite e indefinite. Criterio per stabilire il segno di una forma quadratica su  $\mathbb{R}^2$ .

**Matrice Hessiana e classificazione dei punti critici:** definizione di punto critico. Definizioni di punto di massimo/minimo (locale e assoluto). Teorema di Fermat (con dimostrazione). Teorema sulla classificazione dei punti critici (con dimostrazione).